Spiral plat sans courbes terminales avec une très petite virole

Perturbations causées par l'inertie du spiral

Cas d'une montre bracelet

Caractéristiques du spiral

Référence :E:\Résonateur (TA)\Data\Bal_spiral plat (ex num).mcd(R)

Dimensions $ép = 0.03\,mm$ $\quad ha = 0.15\,mm$ $\quad S = 4.5\times10^{-3}\,mm^2$ $\quad m_s = 3.95\,mg$

$d2_{sp} = 4.52\,mm$ $\quad d1_{sp} := 0\cdot mm$ $\quad p_{sp} = 0.135\,mm$ $\quad TOL := 10^{-12}$

$$n_{sp} := \frac{d2_{sp} - d1_{sp}}{2\cdot p_{sp}} \qquad L := \pi\cdot\frac{n_{sp}}{2}\cdot\left(d2_{sp} + d1_{sp}\right) \qquad n_{sp} = 16.741 \qquad L = 11.886\,cm \qquad \psi_0 := 2\cdot\pi\cdot n_{sp}$$

Position du piton $\quad r_P := 0.5\cdot d2_{sp}$ $\quad \alpha_P := 0$ $\quad x_P := r_P\cdot cos(\alpha_P)$ $\quad y_P := r_P\cdot sin(\alpha_P)$

$x_P = 2.26\,mm$ $\quad y_P = 0\,mm$ $\quad z_P := x_P + i\cdot y_P$

Position du point d'attache à la virole $\quad r_V := 0.5\cdot d1_{sp}$ $\quad \alpha_V(\theta) := \psi_0 + \theta$ $\quad x_V(\theta) := r_V\cdot cos(\alpha_V(\theta))$ $\quad y_V(\theta) := r_V\cdot sin(\alpha_V(\theta))$

Forme du spiral en fonction de l'élongation du balancier

$$\psi(\theta) := \psi_0 + \theta \qquad a := \frac{r_P - r_V}{\psi_0} \qquad r_s(\alpha) := r_P - a\cdot\alpha \qquad s(\alpha) := r_P\cdot\alpha - \frac{a}{2}\cdot\alpha^2$$

$$x(\alpha) := r_s(\alpha)\cdot cos(\alpha) \qquad y(\alpha) := r_s(\alpha)\cdot sin(\alpha) \qquad z_0(\alpha) := r_s(\alpha)\cdot exp(i\cdot\alpha) \qquad \alpha_0 := 120\cdot deg$$

(valeur de test)

Moment quadratique de section

Référence :E:\Résonateur (TA)\Tables\Modules J, I et W des barres élastiques.mcd(R)

$I_{33} := I_{f\_rect}(ép, ha)$

Calcul de la variation du moment d'inertie du spiral

$$z_1(\theta,\alpha) := z_P + \int_0^{\alpha}\left[-a + i\cdot\left(r_P - a\cdot\alpha'\right)\right]\cdot exp\left[i\cdot\alpha'\cdot\left[1 + \frac{\theta}{L}\cdot\left(r_P - \frac{a}{2}\cdot\alpha'\right)\right]\right]d\alpha'$$

$$z'_1(\theta,\alpha) := \frac{d}{d\theta}z_1(\theta,\alpha) \qquad J_s(\theta) := \frac{m_s}{L}\cdot\int_0^{\psi_0}\left(\left|z'_1(\theta,\alpha)\right|\right)^2\cdot r_s(\alpha)\,d\alpha$$

$$J_s(0) = 1.693\,mg\cdot mm^2 \qquad J_s(\theta_0) = 1.521\,mg\cdot mm^2$$

Calcul des coefficients de Haag

Par intégration numérique $\quad k := 6$ $\quad n := 0, 2..\,k$

$$g(\alpha,n) := \int_0^{\alpha}\left(s(\alpha)\cdot m^{-1} - s(\alpha')\cdot m^{-1}\right)^n\cdot s(\alpha')\cdot cos(\alpha-\alpha')\cdot r_s(\alpha')\,d\alpha'$$

$$\mathbf{A}_n := \frac{2\cdot(-1)^{0.5\cdot n}}{(n)!\cdot\left(L\cdot m^{-1}\right)^{n+5}\cdot m^5}\cdot\int_0^{\psi_0}(L - s(\alpha))\cdot s(\alpha)\cdot g(\alpha,n)\cdot r_s(\alpha)\,d\alpha \qquad \mathbf{A}_0 = 3.036\times10^{-5}$$

$$\mathbf{A}^T = \left(3.036\times10^7 \quad 0 \quad 1.376\times10^4 \quad 0 \quad -25.149 \quad 0 \quad 0.285\right)10^{-12}$$

Approximativement:

$$A_0 := \frac{1}{3\cdot\psi_0^{\,2}} \qquad A_2 := \frac{8}{5\cdot\psi_0^{\,4}} \qquad A_4 := 0 \qquad A_6 := 0$$

$$A^T = \left(3.013\times10^7 \quad 0 \quad 1.307\times10^4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right)10^{-12}$$

Perturbation de période

$$\delta_{Js}(\theta_0) := \frac{1}{2\cdot\pi\cdot J_b}\cdot\int_0^{\pi} J_s(\theta_0\cdot cos(\varphi))\,d\varphi \qquad \mu_{Js}(\theta_0) := -86400\cdot\delta_{Js}(\theta_0) \qquad \mu_{Js}(\theta_0) = -73.525$$

Par développement en série:

$$\delta d_{Js}(\theta_0) := \frac{m_s\cdot L^2}{2\cdot J_b}\cdot\sum_n\left[\frac{n!}{2^n\cdot((0.5\cdot n)!)^2}\cdot\mathbf{A}_n\cdot\theta_0^{\,n}\right] \qquad \mu d_{Js}(\theta_0) := -86400\cdot\delta d_{Js}(\theta_0) \qquad \mu d_{Js}(\theta_0) = -73.541$$

Approximativement:

$$\delta a_{Js}(\theta_0) := \frac{m_s\cdot r_P^{\,2}}{24\cdot J_b}\cdot\left[1+\frac{12}{5}\cdot\left(\frac{\theta_0}{\psi_0}\right)^2\right] \qquad \mu a_{Js}(\theta_0) := -86400\cdot\delta a_{Js}(\theta_0) \qquad \mu a_{Js}(\theta_0) = -72.981$$

$$j := 0..10 \qquad \theta_j := j\cdot30\cdot deg \qquad \mu d_j := \mu d_{Js}(\theta_j) \qquad \mu a_j := \mu a_{Js}(\theta_j)$$

$$\mu d_{Js}(0) = -73.182$$

$$\mu a_{Js}(0) = -72.631$$